

SỞ GD & ĐT HÀ TĨNH
KHỐI THPT HUYỆN CẨM XUYỀN

KỲ THI THỬ TỐT NGHIỆP THPT LẦN 1
NĂM 2025

MÔN THI: TOÁN

Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian giao đề

I PHẦN I: CÂU TRẮC NGHIỆM NHIỀU PHƯƠNG ÁN LỰA CHỌN

Câu 1: (ID: 750284) Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên sau:

x	$-\infty$	-3	-2	1	$+\infty$		
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$		5	$+\infty$	$-\infty$	0	$-\infty$

Giá trị cực đại của hàm số $y = f(x)$ là

- A. 1 B. -3 C. 5 D. 0

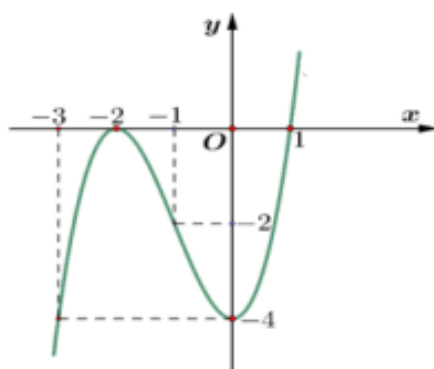
Câu 2: (ID: 750285) Nghiệm của phương trình $\log_3(x-1) = 2$ là

- A. 8 B. 9 C. 7 D. 10

Câu 3: (ID: 750286) Số nghiệm của phương trình $\cot x = 1$ trên đoạn $[-\pi; 2\pi]$ là

- A. 2 B. 4 C. 3 D. 1

Câu 4: (ID: 750287) Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ dưới đây.



Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng

- A. $(-4; -2)$. B. $(-2; 1)$. C. $(-\infty; -2)$. D. $(-2; -1)$.

Câu 5: (ID: 750288) Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{1}{\pi}\right)^x > 1$ là

- A. $(-\infty; 0)$. B. $[0; +\infty)$. C. $(0; +\infty)$. D. $(-\infty; 0]$.

Câu 6: (ID: 750289) Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến như sau:

x	$-\infty$	-3	3	$+\infty$
y'		+	+	+
y	$0 \nearrow +\infty$	$-\infty \nearrow +\infty$	$-\infty \nearrow 0$	

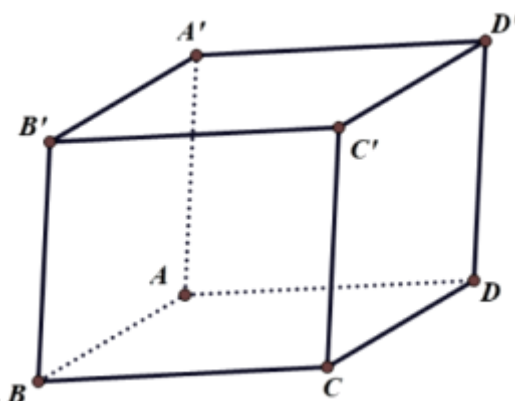
Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số là

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

Câu 7: (ID: 750290) Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho hai điểm $A(1; 0; 1)$ và $B(4; 2; -2)$. Độ dài đoạn thẳng AB là

- A. 4. B. 2. C. 22. D. $\sqrt{22}$.

Câu 8: (ID: 750291) Cho hình hộp $ABCD \cdot A'B'C'D'$ (hình vẽ). Đẳng thức nào sau đây sai?



- A. $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CC'} = \overrightarrow{AD'}$. B. $\overrightarrow{AB'} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$. C. $\overrightarrow{AB'} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$. D. $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{DD'} = \overrightarrow{AC'}$.

Câu 9: (ID: 750292) Cho cấp số nhân (u_n) có $u_3 = 12$ và công bội $q = 2$. Số hạng u_1 của cấp số nhân đã cho là

- A. 9 B. 3 C. 7 D. 6

Câu 10: (ID: 750293) Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x^3 + 3x - 6$ trên đoạn $[1; 3]$ là:

- A. -2 B. -39 C. -6 D. -10

Câu 11: (ID: 750294) Trong không gian Oxyz, cho điểm M thỏa mãn $\overrightarrow{OM} = 2\vec{i} + 3\vec{j} - 4\vec{k}$. Tìm tọa độ điểm H là hình chiếu vuông góc của điểm M lên mặt phẳng (Oyz) .

- A. $H(2; 0; 0)$. B. $H(0; 3; -4)$. C. $H(2; 3; -4)$. D. $H(-2; -3; 4)$.

Câu 12: (ID: 750295) Cho hình chóp đều $S \cdot ABCD$ tất cả các cạnh bằng $2\sqrt{3}$. Thể tích khối chóp là

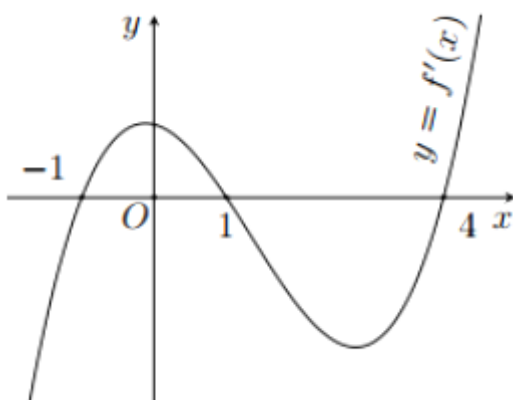
- A. $\sqrt{6}$. B. $4\sqrt{6}$. C. $3\sqrt{6}$. D. $2\sqrt{6}$.

II PHẦN II: CÂU TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI

Câu 1: (ID: 750325) Một vật chuyển động theo quy luật $s(t) = -t^3 + 18t^2$, với t tính bằng giây là khoảng thời gian tính từ lúc vật bắt đầu chuyển động và S tính bằng mét (m) là quãng đường vật đi được trong thời gian đó.

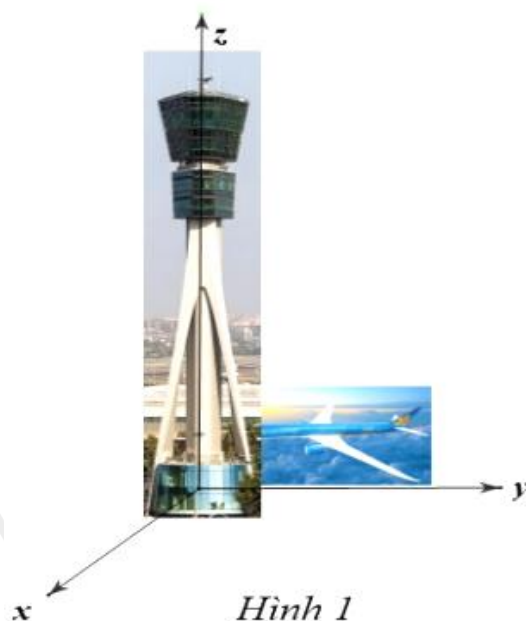
- a) Vận tốc của vật chuyển động tại thời điểm t (giây) là $v(t) = -3t^2 + 36t$.
- b) Độ lớn vận tốc tức thời của vật tại thời điểm $t = 2$ giây là $84(\text{m/s})$.
- c) Quãng đường vật đi được từ lúc bắt đầu đến lúc dừng hẳn là $864(\text{m})$.
- d) Vận tốc lớn nhất của vật đạt được trong 10 giây đầu là $108(\text{m/s})$.

Câu 2: (ID: 750347) Cho hàm số $y = f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình bên.



- a) $f(3) > f(1)$.
- b) Hàm số $y = f(x)$ đạt cực đại tại $x = 1$.
- c) Hàm số $y = f(2 - x)$ đồng biến trên khoảng $(-2; 1)$.
- d) Trên đoạn $[2024; 2025]$ hàm số $g(x) = f(2 - x)$ đạt giá trị lớn nhất tại $x = 2025$.

Câu 3: (ID: 750366) Một tháp trung tâm kiểm soát không lưu ở sân bay cao 80m sử dụng radar có phạm vi theo dõi 500km được đặt trên đỉnh tháp. Chọn hệ trục tọa độ Oxyz có gốc O trùng với vị trí chân tháp, mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt đất sao cho tia Ox hướng về phía tây, tia Oy hướng về phía nam, tia Oz hướng thẳng đứng lên phía trên (Hình 1) (đơn vị trên mỗi trục tính theo kilômét). Một máy bay tại vị trí A cách mặt đất 10km, cách 300km về phía đông và 200km về phía bắc so với tháp trung tâm kiểm soát không lưu.



Hình 1

- a) Ra đa của trung tâm kiểm soát không lưu không thể phát hiện được máy bay tại vị trí A .
- b) Ra đa ở vị trí có tọa độ $(0; 0; 0,08)$.
- c) Vị trí A có tọa độ $(300; 200; 10)$.
- d) Khoảng cách từ máy bay đến ra đa là khoảng $360,69$ km (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

Câu 4: (ID: 750371) Bảng sau biểu diễn mẫu số liệu về số tiền mà 60 khách hàng mua trà sữa ở một cửa hàng trong một buổi sáng.

Nhóm	$[30; 40)$	$[40; 50)$	$[50; 60)$	$[60; 70)$	$[70; 80)$
Số khách hàng	5	8	25	20	2

- a) Số trung bình cộng của mẫu số liệu ghép nhóm trên là 56
- b) Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên là 50
- c) Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên là 12,7
- d) Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm trên lớn hơn 93

III PHẦN III: CÂU TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN

Câu 1: (ID: 750404) Phòng thí nghiệm A được giao làm hai thí nghiệm độc lập. Xác suất thành công trong từng thí nghiệm là $0,8$. Phòng thành công ít nhất một thí nghiệm được coi là hoàn thành nhiệm vụ. Tính xác suất để phòng thí nghiệm A hoàn thành nhiệm vụ.

Câu 2: (ID: 750405) Sau khi phát hiện ra dịch bệnh vi rút Zika, các chuyên gia y tế ước tính số người nhiễm bệnh kể từ khi xuất hiện bệnh nhân đầu tiên đến ngày thứ t là $f(t) = -t^3 + 15t^2$. Ta xem $f'(t)$ là tốc độ truyền bệnh tại thời điểm t . Tốc độ truyền bệnh sẽ lớn nhất vào ngày thứ bao nhiêu?

Câu 3: (ID: 750406) Doanh số bán hệ thống âm thanh mới đưa ra thị trường trong một khoảng thời gian dự kiến sẽ tuân theo quy luật logistic được mô hình hoá bằng hàm số $R(x) = \frac{5000e^x}{e^x + 5}, x \geq 0$, trong đó thời gian x tính bằng năm. Khi đó, đạo hàm $R'(x)$ sẽ biểu thị tốc độ bán hàng. Tốc độ bán hàng đạt tối đa vào năm thứ bao nhiêu?

Câu 4: (ID: 750407) Một công ty sản xuất dụng cụ thể thao nhận được một đơn đặt hàng sản xuất 8000 quả bóng tennis. Biết công ty này có 30 máy và mỗi máy có thể sản xuất 30 quả bóng trong một giờ. Chi phí thiết lập các máy này là 200 (nghìn đồng) cho mỗi máy. Khi được thiết lập, hoạt động sản xuất sẽ hoàn toàn diễn ra tự động dưới sự giám sát. Số tiền phải trả cho người giám sát là 192 (nghìn đồng) một giờ. Số máy công ty nên sử dụng để sản xuất đơn hàng trên là bao nhiêu để chi phí hoạt động là thấp nhất?

Câu 5: (ID: 750408) Cho hình chóp tứ giác đều $S \cdot ABCD$ có $AB = a, SA = a\sqrt{2}$. Gọi G là trọng tâm tam giác SCD . Tính cosin góc giữa đường thẳng BG với đường thẳng SA (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

Câu 6: (ID: 750409) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho hai điểm $A(1;1;2)$ và $B(2;3;4)$. Giả sử điểm $M(a;b;0)$ thuộc mặt phẳng (Oxy) sao cho tổng khoảng cách $MA + MB$ ngắn nhất. Tính $T = a + b$.

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

THỰC HIỆN: BAN CHUYÊN MÔN TUYENSINH247.COM

I PHẦN I: CÂU TRẮC NGHIỆM NHIỀU PHƯƠNG ÁN LỰA CHỌN

1.D	2.D	3.C	4.D	5.A	6.C
7.D	8.C	9.B	10.A	11.B	12.B

Câu 1 (NB):

Phương pháp:

Dựa vào bảng biến thiên, chỉ ra giá trị cực đại của hàm số.

Cách giải:

Giá trị cực đại của hàm số là $y = f(1) = 0$

Chọn D.

Câu 2 (NB):

Phương pháp:

Tìm tập xác định, giải phương trình.

Cách giải:

Điều kiện: $x - 1 > 0 \Leftrightarrow x > 1$.

Ta có: $\log_3(x - 1) = 2 \Rightarrow x - 1 = 9 \Leftrightarrow x = 10$.

Chọn D.

Câu 3 (NB):

Phương pháp:

Ta có $\cot \frac{\pi}{4} = 1$. Do đó, phương trình $\cot x = 1$ tương đương với $\cot x = \cot \frac{\pi}{4}$

Cách giải:

$\cot x = 1 \Leftrightarrow \cot x = \cot \frac{\pi}{4} \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + k\pi$, với $k \in \mathbb{Z}$.

Trên đoạn $[-\pi; 2\pi]$, phương trình có các nghiệm: $-\frac{3\pi}{4}$, $\frac{\pi}{4}$ và $\frac{5\pi}{4}$.

Chọn C.

Câu 4 (NB):

Cách giải:

Đồ thị hàm số đi xuống trên khoảng $-2; 0$ nên hàm nghịch biến trên khoảng này.

$(-2; -1) \subset (-2; 0)$ nên hàm nghịch biến trên khoảng $(-2; -1)$.

Chọn D.

Câu 5 (TH):

Phương pháp:

Khi cơ số của một lũy thừa nhỏ hơn 1, muốn cho lũy thừa đó lớn hơn 1 thì số mũ phải âm.

Cách giải:

Ta có $0 < \frac{1}{\pi} < 1$. Suy ra $\left(\frac{1}{\pi}\right)^x > 1 \Leftrightarrow x < 0$.

Chọn A.

Câu 6 (TH):

Cách giải:

Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy

Số đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số là 2: $x = -3$ và $x = 3$;

Số đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số là 1: $y = 0$.

Vậy số đường tiệm cận của đồ thị hàm số là 3.

Chọn C.

Câu 7 (TH):

Cách giải:

Ta có:

$$AB = |\overrightarrow{AB}| = \sqrt{(4-1)^2 + (2-0)^2 + (-2-1)^2} = \sqrt{22}$$

Chọn D.

Câu 8 (TH):

Cách giải:

Xét các ý:

A. $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CC'} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{AD'}$. Nên A đúng.

B. $\overrightarrow{A'B'} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$. Nên B đúng.

C. $\overrightarrow{AB'} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$ là khẳng định sai.

Chọn C.

Câu 9 (TH):

Cách giải:

Ta có số hạng tổng quát của cấp số nhân: $u_n = u_1 \cdot q^{(n-1)}$

$$\Rightarrow u_3 = u_1 \cdot q^2 \Leftrightarrow 12 = 4 \cdot u_1 \Leftrightarrow u_1 = 3.$$

Chọn B.

Câu 10 (TH):

Cách giải:

Ta có $f'(x) = 3x^2 + 3 = 0 > 0$ với mọi $x \in \mathbb{R}$.

Hàm số đồng biến trên $[1; 3]$ nên giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[1; 3]$ là $f(1) = -2$.

Chọn A.

Câu 11 (NB):

Cách giải:

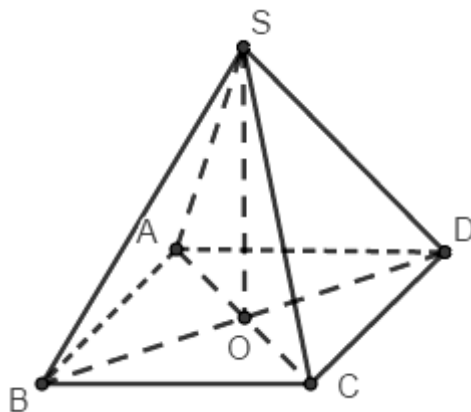
Có $M(2; 3; -4)$.

Hình chiếu vuông góc của điểm M lên mặt phẳng (Oyz) là $H(0; 3; -4)$.

Chọn B.

Câu 12 (NB):

Cách giải:



Hình chóp đều $S \cdot ABCD$ tất cả các cạnh bằng $2\sqrt{3}$ nên diện tích đáy $ABCD$ là: $S = (2\sqrt{3})^2 = 12$.

Có $OB = \frac{1}{2} \cdot BD = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{AB^2 + AD^2} = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{2 \cdot 12} = \sqrt{6}$.

Chiều cao của hình chóp: $h = SO = \sqrt{SB^2 - OB^2} = \sqrt{12 - 6} = \sqrt{6}$.

Thể tích hình chóp là: $V = \frac{1}{3} \cdot S \cdot h = 4\sqrt{6}$.

Chọn B.

II PHẦN II: CÂU TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI

Câu	1	2	3	4
Đáp án	ĐSĐĐ	SĐSĐ	SĐSĐ	ĐĐĐS

Câu 1 (TH):

Phương pháp:

a) Vận tốc của chuyển động: $v(t) = s'(t)$

b) Tính $v(2)$.

c) Tính thời điểm mà vật dừng hẳn.

d) Xác định hàm gia tốc $a(t) = v'(t)$ để tìm giá trị lớn nhất của $v(t)$ với $t \in [0; 10]$

Cách giải:

a) Đúng: Ta có $v(t) = s'(t) = -3t^2 + 36t$.

b) Sai: Tại thời điểm $t = 2$, có $v(2) = -3.2^2 + 36.2 = 60 \text{ m/s}$.

c) Đúng: Vật dừng hẳn khi $v(t) = 0 \Leftrightarrow -3t^2 + 36t = 0$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} t = 0 \text{ (Loại)} \\ t = 12 \end{cases}$$

Quãng đường vật đi được từ lúc bắt đầu đến lúc dừng hẳn là

$$S(12) = -12^3 + 18.12^2 = 864$$

d) Đúng: Ta có $a(t) = v'(t) = -6t + 36 = 0 \Leftrightarrow t = 6$.

$$v(0) = 0; v(6) = 108; v(10) = 60$$

Vậy vận tốc lớn nhất của vật đạt được trong 10 giây đầu là 108 m/s .

Câu 2 (TH):

Phương pháp:

Dựa vào đồ thị hàm số $f'(x)$ lập bảng biến thiên cho hàm số $f(x)$.

a), b) Dựa vào bảng biến thiên của $f(x)$ để xét tính đúng sai.

c) Đặt $t = 2 - x$, xét hàm số $f(t)$ với $t \in (1; 4)$

d) Đặt $t = 2 - x$, xét hàm số $f(t)$ với $t \in (-2023; -2022)$.

Cách giải:

Bảng biến thiên của hàm số $y = f(x)$:

x	$-\infty$	-1	1	4	$+\infty$	
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$+$
$f(x)$	$+\infty$	$f(-1)$	$f(1)$	$f(4)$	$+\infty$	

a) Sai: Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy hàm $y = f(x)$ nghịch biến trên đoạn $[1; 4]$.

Suy ra $f(1) > f(3) > f(4)$.

b) Đúng: Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy hàm $y = f(x)$ đạt cực đại tại $x = 1$.

c) Sai: Hàm số $y = f(2 - x)$ với $x \in (-2; 1)$.

Đặt $t = 2 - x$, vì $x \in (-2; 1)$ nên $t \in (1; 4)$

Ta có hàm số $y = f(t)$ nghịch biến trên $(1; 4)$.

Suy ra hàm số $y = f(2 - x)$ nghịch biến trên khoảng $(-2; 1)$.

d) Đúng: $g(x) = f(2 - x)$ với $x \in [2024; 2025]$

Đặt $t = 2 - x$, vì $x \in [2024; 2025]$ nên $t \in [-2023; -2022]$.

Dựa vào bảng biến thiên, hàm số $y = f(t)$ nghịch biến trên $[-2023; -2022]$.

Suy ra trên $[-2023; -2022]$, hàm $y = f(t)$ đạt giá trị lớn nhất tại $t = -2023$.

Hay $g(x) = f(t)$ đạt giá trị lớn nhất tại $x = 2025$.

Câu 3 (VD):

Phương pháp:

Xác định tọa độ của radar, tọa độ của máy bay.

Tính khoảng cách từ radar đến máy bay.

Cách giải:

b) Đúng: Có $80\text{m} = 0,08\text{km}$.

Hệ trục tọa độ Oxyz có gốc O trùng với vị trí chân tháp, mà tháp cao $0,08\text{km}$

Nên radar ở vị trí có tọa độ $(0; 0; 0,08)$.

c) Sai: Máy bay ở vị trí A cách mặt đất 10km , cách 300km về phía đông và 200km về phía bắc so với tháp.

Suy ra $A(-300; -200; 10)$.

d) Đúng: Khoảng cách từ máy bay đến radar là: $\sqrt{(-300 - 0)^2 + (-200 - 0)^2 + (10 - 0,08)^2} \approx 360,69$.

a) Sai: Vì $360,69 < 500$ nên radar có thể phát hiện được máy bay tại vị trí A.

Câu 4 (TH):

Phương pháp:

Tính số trung bình, phương sai, khoảng biến thiên và khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm.

Cách giải:

a) Đúng: Số trung bình của mẫu số liệu là:

$$\bar{x} = \frac{5.35 + 8.45 + 25.55 + 20.65 + 2.75}{60} = 56$$

d) Sai: Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$s = \frac{5.35^2 + 8.45^2 + 25.55^2 + 20.65^2 + 2.75^2}{60} - 56^2 \approx 92,33 < 93$$

b) Đúng: Khoảng biến thiên của mẫu số liệu: $R = 80 - 30 = 50$.

c) Đúng: Ta có

Tứ phân vị thứ nhất thuộc nhóm $[50;60)$, có $Q_1 = 50 + \frac{\frac{60}{4} - 13}{25} \cdot 10 = 50,8$.

Tứ phân vị thứ ba thuộc nhóm $[50;60)$, có $Q_3 = 60 + \frac{\frac{60 \cdot 3}{4} - 38}{20} \cdot 10 = 63,5$.

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$\Delta Q = Q_3 - Q_1 = 63,5 - 50,8 = 12,7.$$

III PHẦN III: CÂU TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN

Câu	1	2	3	4	5	6
Đáp án	0,96	5	2	16	0,45	3.5

Câu 1 (TH):

Cách giải:

Gọi A: “Phòng thí nghiệm hoàn thành nhiệm vụ”

Phòng không hoàn thành thí nghiệm khi và chỉ khi cả 2 thí nghiệm không thành công, ta có:

$$P(\bar{A}) = (1 - 0,8) \cdot (1 - 0,8) = 0,04.$$

Vậy xác suất phòng hoàn thành nhiệm vụ là $P(A) = 1 - P(\bar{A}) = 1 - 0,04 = 0,96$.

Câu 2 (TH):

Phương pháp:

Khảo sát hàm số $f'(t)$

Cách giải:

$$\text{Ta có } f(t) = -t^3 + 15t^2$$

$$\text{Suy ra } f'(t) = -3t^2 + 30t$$

$$\Rightarrow f''(t) = -6t + 30 = 0 \Leftrightarrow t = 5.$$

Bảng biến thiên của hàm $f'(t)$:

x	$-\infty$	5	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-
$f(x)$	$-\infty$	75	$-\infty$

Vậy tốc độ truyền bệnh lớn nhất vào ngày thứ 5.

Câu 3 (VD):

Cách giải:

Ta có $R(x) = \frac{5000e^x}{e^x + 5}, x \geq 0$.

$$R'(x) = \frac{5000e^x(e^x + 5) - 5000e^x \cdot e^x}{(e^x + 5)^2} = \frac{25000e^x}{(e^x + 5)^2}$$

$$\begin{aligned} R''(x) &= \frac{(25000e^x)(e^x + 5)^2 - (25000e^x)(2e^x(e^x + 5))}{(e^x + 5)^4} \\ &= \frac{25000e^x(e^x + 5 - 2e^x)}{(e^x + 5)^3} = \frac{25000e^x(5 - e^x)}{(e^x + 5)^3} \end{aligned}$$

Ta có:

$$R''(x) = 0 \Leftrightarrow 25000e^x(5 - e^x) = 0$$

$$\Leftrightarrow 5 - e^x = 0 \Leftrightarrow x = \ln 5 \approx 1,6$$

Vậy tốc độ bán hàng sẽ đạt tối đa vào năm thứ 2.

Câu 4 (VD):

Cách giải:

Gọi số máy móc cần sử dụng là x ($x > 0$).

Thời gian để hoàn thành đơn hàng là $\frac{8000}{30x} = \frac{800}{3x}$ (giờ).

Chi phí thiết lập là $200x$ (nghìn đồng).

Chi phí cho người giám sát là $192 \cdot \frac{800}{3x} = \frac{51200}{x}$ (nghìn đồng)

Tổng chi phí là $C(x) = 200x + \frac{51200}{x}$.

Ta có $C'(x) = 200 - \frac{51200}{x^2} = 0 \Leftrightarrow x^2 = 256 \Rightarrow x = 16$.

Vậy số máy công ty nên sử dụng để sản xuất đơn hàng trên là 16 để chi phí hoạt động là thấp nhất.

Câu 5 (VD):

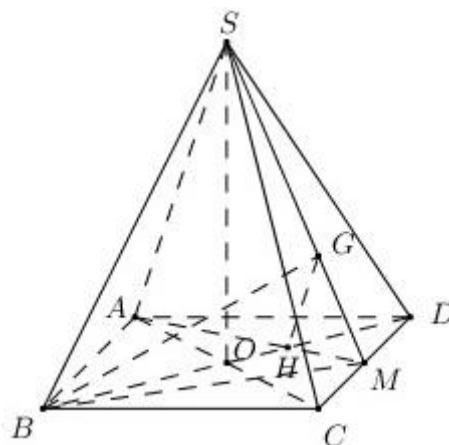
Phương pháp:

Gọi M là trung điểm của CD , $O = AC \cap BD$, $H = AM \cap OD$.

Chứng minh $\angle(BG; SA) = \angle(BG; HG)$.

Áp dụng định lý Cosin trong tam giác.

Cách giải:



Gọi M là trung điểm của CD , $O = AC \cap BD$, $H = AM \cap OD$.

Xét tam giác ACD có H là trọng tâm tam giác $\Rightarrow \frac{MH}{MA} = \frac{1}{3}$.

Ta có: $\frac{MH}{MA} = \frac{MG}{MS} = \frac{1}{3} \Rightarrow HG \parallel SA$ (Định lí Ta-lét đảo)

$\Rightarrow \alpha = \angle(BG; SA) = \angle(BG; HG)$.

Ta có $HG = \frac{1}{3}SA = \frac{a\sqrt{2}}{3}$.

H là trọng tâm tam giác $ACD \Rightarrow OH = \frac{1}{3}OD = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2}BD = \frac{1}{6}BD$

$\Rightarrow BH = \frac{1}{2}BD + \frac{1}{6}BD = \frac{2}{3}BD = \frac{2}{3} \cdot a\sqrt{2}$.

Ta có $BM = \sqrt{a^2 + \frac{a^2}{4}} = \frac{a\sqrt{5}}{2}$, $SM = \sqrt{2a^2 - \frac{a^2}{4}} = \frac{a\sqrt{7}}{2}$.

Áp dụng định lí Cosin trong tam giác SBM ta có:

$$\cos \angle SMB = \frac{SM^2 + BM^2 - SB^2}{2SM \cdot BM} = \frac{\frac{7a^2}{4} + \frac{5a^2}{4} - 2a^2}{2 \cdot \frac{a\sqrt{7}}{2} \cdot \frac{a\sqrt{5}}{2}} = \frac{2\sqrt{35}}{35}$$

Ta có $GM = \frac{1}{3}SM = \frac{a\sqrt{7}}{6}$.

Áp dụng định lí Cosin trong tam giác BMG ta có:

$$\begin{aligned} BG^2 &= MB^2 + MG^2 - 2MB \cdot MG \cdot \cos \angle SMB \\ &= \frac{5a^2}{4} + \frac{7a^2}{36} - 2 \cdot \frac{a\sqrt{5}}{2} \cdot \frac{a\sqrt{7}}{6} \cdot \frac{2\sqrt{35}}{35} = \frac{10}{9}a^2 \Rightarrow BG = \frac{a\sqrt{10}}{3} \end{aligned}$$

Áp dụng định lí Cosin trong tam giác BHG ta có:

$$\cos \angle BGH = \frac{GB^2 + GH^2 - BH^2}{2 \cdot GB \cdot GH} = \frac{\frac{10a^2}{9} + \frac{2a^2}{9} - \frac{8a^2}{9}}{2 \cdot \frac{a\sqrt{10}}{3} \cdot \frac{a\sqrt{2}}{3}} = \frac{\sqrt{5}}{5} \approx 0,45.$$

Vậy $\cos \alpha = 0,45$.

Câu 6 (TH):

Cách giải:

Ta có $A(1;1;2)$ và $B(2;3;4)$, $M(a;b;0)$ thuộc mặt phẳng (Oxy)

$$\Rightarrow \overrightarrow{MA} = (1-a; 1-b; 2), \overrightarrow{MB} = (2-a; 3-b; 4)$$

$$\text{Suy ra } \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = (3-2a; 4-2b; 6).$$

$$\text{Khi đó } |\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB}| = \sqrt{(3-2a)^2 + (4-2b)^2 + 6} \geq \sqrt{6}.$$

$$\text{Suy ra min } P = \sqrt{6} \text{ khi } \begin{cases} 3-2a=0 \\ 4-2b=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\frac{3}{2} \\ y=2 \end{cases}.$$

$$\text{Suy ra } M\left(\frac{3}{2}; 2; 0\right).$$

$$\text{Tổng } T = a + b = 3,5.$$